Combinatoria – Problemi di ammissione

C1. Attorno a un tavolo circolare siedono $n \geq 3$ bambine, ciascuna con alcune mele (anche nessuna). Se la maestra si accorge che una bambina ha più mele della somma delle sue due vicine, gliene toglie una e ne dà una ciascuno alle sue due vicine (la maestra ha un cesto infinito di mele da cui attingere). Dimostrare che il processo in ogni caso terminerà dopo un numero finito di passi.

C2. Si scrive inizialmente una parola con n lettere diverse. Poi ad ogni passaggio si scrive una nuova parola di n lettere, invertendo la più lunga sottoparola iniziale che non produca una parola già scritta. Dimostrare che si scriveranno $n!$ parole.

C3. Sia n un numero naturale e Q l'insieme dei punti del piano a coordinate intere comprese tra 1 e n (estremi inclusi). Un sottoinsieme di Q è detto *nonromboidale* se non contiene 4 punti non allineati che formino un parallelogramma. Quanti punti può contenere al massimo un sottoinsieme nonromboidale di Q?