

Stage Senior - Corso Basic - Prerequisiti

Qui di seguito sono riportati alcuni esercizi, di rapida esecuzione, che si suppone voi sappiate già fare; tali esercizi vogliono essere esemplificativi delle nozioni e competenze (minime e prettamente scolastiche) che verranno date per buone (o comunque solo sommariamente richiamate) nelle lezioni del corso Basic.

Combinatoria

Le nozioni di base sui conteggi ossia cose come fattoriale, definizione di binomiale e conteggi standard tipo combinazioni, permutazioni, disposizioni. Ecco alcuni esercizi che vorrei dare per scontato con i prerequisiti.

Esercizio 1. In una gara podistica prendono parte 10 atleti. Quanti sono i possibili podi a fine gara?

Esercizio 2. Quante sono le possibili quintine di numeri estratti al lotto?

Esercizio 3. Quanti sono i possibili anagrammi (compresi quelli senza senso) della parola *aiuole*?

Esercizio 4. In quanti modi è possibile scegliere un gruppetto di persone (eventualmente vuoto) tra 20 studenti?

Geometria

Esercizio 5. Trovare i valori di θ per i seguenti valori di $\sin \theta$

$$\sin \theta = 0, 1/2, \sqrt{2}/2, 3/5 .$$

Esercizio 6. Sia P un punto sul piano cartesiano che dista r dall'origine del piano O e tale che OP forma un angolo θ con l'asse delle x . Scrivere la posizione di P in coordinate cartesiane.

Esercizio 7. Dato un triangolo rettangolo ABC , dove $\angle ABC = 90^\circ$, sia H_b il piede dell'altezza condotta da B . Calcolare in funzione di $a = BC$ e di $\theta = \angle BCA$ le seguenti quantità

$$AB, AC, BH_b, AH_b, \text{ area di } ABC .$$

Sarebbe inoltre auspicabile una certa dimestichezza con le formule di geometria analitica per la retta e la circonferenza e con i teoremi base (criteri di congruenza e similitudine, teorema di Talete, teoremi di Pitagora ed Euclide, ...) della geometria sintetica.

Algebra

Esercizio 8. Calcolare quoziente e resto della divisione del polinomio $x^3 + 4x^2 + 10x + 1$ per il polinomio $x^2 + 2$.

Esercizio 9. Calcolare quoziente e resto della divisione del polinomio $p(x) = x^4 + x^2 - 3x + 1$ per il polinomio $x - \alpha$, con $\alpha = 1, -1, 3$, e verificare che il resto della divisione è $p(\alpha)$.

Esercizio 10. (Ruffini) Siano $p(x)$ e $a(x)$ due polinomi, con $a(x) = x - \alpha$ per qualche α . Dimostrare che il resto della divisione di $p(x)$ per $a(x)$ è $p(\alpha)$.

[Hint: Sfruttare che dati $p(x)$ e $a(x)$ polinomi, esistono due polinomi $q(x)$ e $r(x)$ tali che $p(x) = q(x)a(x) + r(x)$.]

Teoria dei Numeri

Fattorizzazione unica dei numeri naturali; proprietà di base dei numeri primi, del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo.

Esercizio 11. Per ognuna delle seguenti affermazioni dire se è vera o falsa; p denota un numero primo, a, b generici numeri interi.

Affermazione	V o F
Se $p ab$ allora $p a$ o $p b$	
Se $p^2 ab$, allora $p^2 a$ o $p^2 b$	
Se $p a - b$, allora $p a + b$	
Se $p^2 a^3$, allora $p^6 a^6$	
Se $p^2 b^3$, allora $p^2 b$	
Se $p (a, b)$, allora $p (a^2, ab)$	