

Esercizi di ammissione
al Winter Camp 2016
Teoria dei Numeri

1. Sia p un primo dispari. Consideriamo l'insieme

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid \sqrt{2p} - \sqrt{x} - \sqrt{y} > 0\}$$

Determinare $\min_{(x,y) \in S} (\sqrt{2p} - \sqrt{x} - \sqrt{y})$.

2. Dimostrare che esistono infiniti interi positivi *composti* n tali che n divide $3^{n-1} - 2^{n-1}$.
3. Siano a_1, a_2, a_3, \dots interi positivi *distinti* e sia c un numero reale nell'intervallo $(0, 3/2)$. Dimostrare che esistono infiniti indici k tali che $\text{mcm}(a_k, a_{k+1}) > ck$.