

## Allenamenti EGMO 2019 – 2

### 1.1 Problemi

**A1.** Siano  $a, b, c$  reali positivi tali che  $abc = 1$ . Mostrare che  $a + b + c \leq a^2 + b^2 + c^2$

**C2.** Sia  $A$  un sottoinsieme di 101 elementi di  $S = \{1, 2, 3, \dots, 1000000\}$ . Mostrare che esistono  $t_1, \dots, t_{100} \in S$  tali che gli insiemi  $A_j = \{x + t_j | x \in A\}$  siano a due a due disgiunti.

**G3.** Sia  $ABC$  un triangolo inscritto in una semicirconferenza di centro  $O$  e diametro  $BC$ . Le due tangenti alla semicirconferenza in  $A$  e  $B$  si intersecano in  $D$ . Dimostrare che la retta  $DC$  interseca l'altezza  $AH$  del triangolo  $ABC$  nel suo punto medio.

**N4.** Sia  $p > 3$  un numero primo e sia

$$S = \sum_{2 \leq i < j < k \leq p-1} ijk$$

Dimostrare che  $S + 1$  è divisibile per  $p$ .