

# Allenamenti EGMO 2020 – 4

**A4.** Trovare tutte le funzioni  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tali che

$$f(x+y) + f(y+z) + f(z+x) \geq 3f(x+2y+3z)$$

per ogni  $x, y, z \in \mathbb{R}$

**C4.** Si considerino  $N$  punti nel piano tali che comunque scelti 3 di questi punti il triangolo che formano ha area al più 1. Dimostrare che c'è un triangolo di area non maggiore di 4 che li contiene tutti.

**G4.** Sia  $ABCD$  un quadrilatero ciclico e siano  $P = AD \cap BC$ ,  $R = AC \cap BD$ . Siano  $X, Y, Z$  i piedi delle perpendicolari condotte da  $D$  a  $AC, BC, PR$ , rispettivamente. Dimostrare che il punto medio  $M$  di  $CD$  appartiene alla circonferenza passante per  $X, Y, Z$ .

**N4.** Sia  $n$  un intero positivo tale che  $24 \mid n+1$ . Dimostrare che la somma dei divisori positivi di  $n$  è divisibile per 24.