

Semifinali online italiane dei Campionati Internazionali di Giochi Matematici Sabato 6 giugno 2020

CATEGORIA C1 Problemi 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10

CATEGORIA C2 Problemi 3-4-5-6-7-8-9-10-11-12

CATEGORIA L1 Problemi 5-6-7-8-9-10-11-12-13-14

CATEGORIA L2 Problemi 7-8-9-10-11-12-13-14-15-16

CATEGORIA GP Problemi 7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18

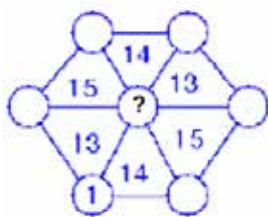
1. Pari/dispari

Lavinia si diverte a scrivere i numeri interi positivi di cinque cifre (diverse tra loro) alternando una cifra pari e una dispari e partendo con una cifra pari.

Tenendo presente che nessun numero può cominciare con la cifra "0", qual è il più piccolo numero scritto da Lavinia?

2. L'esagono

Collocate i numeri interi da 2 a 7 nei dischetti della figura in modo che ciascun numero scritto all'interno di un triangolo sia la somma dei numeri dei vertici del triangolo. Quale numero, in particolare, avete scritto nel dischetto centrale?



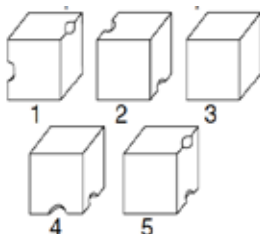
3. Piegare e taglio

Carla prende un foglio di carta rettangolare e lo piega due volte di seguito. Taglia poi il foglio così piegato seguendo una linea dritta.

Quanti pezzi di carta ottiene al massimo?

4. Buon appetito!

Quattro cubetti di formaggio, inizialmente interi, hanno subito l'attacco dei topi e ciascun cubetto, esattamente a metà di due spigoli, lascia vedere i segni dei loro denti. In figura, di cubetti ne vedete cinque. Il fatto è che uno è stato disegnato due volte, ripreso da due diversi punti di vista. Quali sono i due numeri che si riferiscono allo stesso cubetto?



5. Un salto nel futuro

Scambiate tra loro due cifre (nei tre addendi dell'operazione che vedete in figura) in modo che il risultato sia uguale a 2120. Quali sono le due cifre scambiate?

$$\begin{array}{r} 1093 + \\ 862 + \\ 75 = \\ \hline 2030 \end{array}$$

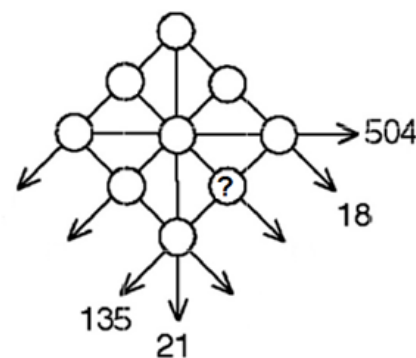
6. Mai con una differenza piccola

Lavinia si diverte anche a scrivere i numeri interi positivi di cinque cifre, tutte diverse tra loro, tali che la differenza tra due cifre vicine (la maggiore meno la minore) sia sempre più grande di 2 (come, ad esempio, in 96150).

Tenendo presente che nessun numero può cominciare con la cifra "0", qual è il più piccolo numero scritto da Lavinia?

7. La banda dei nove

Scrivete i numeri interi da 1 a 9 nei dischi della figura in modo che il prodotto di tre numeri allineati sia quello indicato dalla corrispondente freccia (nei quattro casi in cui tale prodotto è scritto).



Riportate, in particolare, il numero scritto nel dischetto con "?".

8. Un numero straordinario

Il numero straordinario trovato da Milena è un numero intero positivo tale che, se gli si aggiunge la somma delle sue cifre, si ottiene come risultato lo stesso numero ma scritto da destra verso sinistra.

Qual è questo numero?

9. Le frazioni

Jacopo si diverte a scrivere tutte le frazioni positive (senza semplificarle) nel seguente ordine:

$$\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{2}{1} \frac{1}{3} \frac{2}{2} \frac{3}{1} \frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{3}{2} \frac{4}{1} \frac{1}{5} \frac{2}{4} \frac{3}{3} \frac{4}{2} \frac{5}{1} \frac{1}{6} \dots$$

Quante frazioni avrà scritto prima della frazione $\frac{2}{9}$?

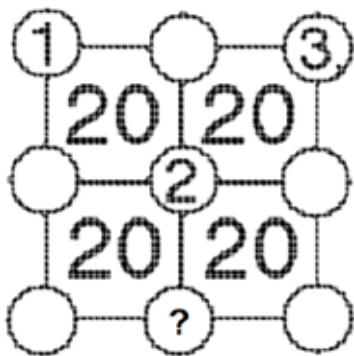
10. L'orologio di Luca

Luca possiede un orologio digitale che utilizza due cifre per indicare l'ora e due cifre per i minuti. Segna, ad esempio, 08.04 oppure 22.41. In questi esempi, il prodotto delle due cifre dell'ora è uguale al prodotto delle due cifre che indicano i minuti: $0 \times 8 = 0 \times 4$, $2 \times 2 = 4 \times 1$.

Quante volte questa uguaglianza si registra fra le 14.00 e le 21.00?

11. I nove gettoni

Collocate i gettoni numerati da 1 a 9 nei dischi della figura (in realtà, i gettoni con 1-2-3 sono stati già collocati) in modo che la somma dei numeri dei gettoni posti nei vertici di ogni quadrato più piccolo sia sempre uguale a 20.



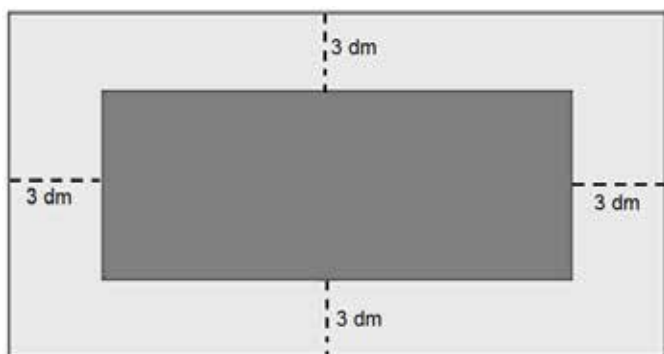
Riportate, in particolare, il numero che avete scritto nel disco con “?”.

12. Un quadro moderno

Il rettangolo scuro che vedete in figura rappresenta un quadro moderno, attorniato da una cornice chiara. L'area della cornice è uguale a quella del quadro, le cui dimensioni sono date da numeri interi di decimetri e sono tali che la lunghezza orizzontale non supera il triplo dell'altezza.

Quanto vale al minimo (in dm²) l'area del rettangolo che rappresenta il quadro?

(la figura non rispetta le proporzioni tra le varie dimensioni)



13. I secchi di latte

Uno dei contadini di Mathville ha riempito, con il latte della sua mucca, un secchio di 9 litri. Dispone poi di altri due secchi, vuoti, che hanno rispettivamente la capacità di 4 e 5 litri. Il suo obiettivo è quello di avere nel secchio più grande, con qualche travaso (che riempia o svuoti completamente uno dei due secchi coinvolti), esattamente 7 litri.

Quanti travasi (senza buttare il latte per terra e ... senza berlo) dovrà fare al minimo per raggiungere l'obiettivo?

14. L'eredità

Renato possiede un campo di un ettaro (=10000 m²) che ha la forma di un trapezio. I lati Est e Ovest del campo sono paralleli e misurano rispettivamente 60 e 80 m. Renato vuole dividere il campo tra i suoi nipoti Amerigo e Desiderio e, per evitare qualsiasi disputa, colloca una separazione rettilinea lungo l'asse Nord-Sud dividendo il campo in due parti con la stessa area.

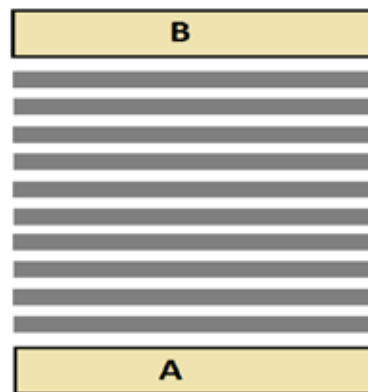
Qual è la lunghezza (in metri) di questa linea di separazione?

(se necessario, prendete 1,414 per $\sqrt{2}$; 1,732 per $\sqrt{3}$ e 2,236 per $\sqrt{5}$ arrotondando il risultato alla prima cifra decimale)

15. Il rospo meticoloso

Il nostro rospo vuole andare dal marciapiede A (dove si trova) a quello B, sempre nello stesso verso. Lo può fare con un unico salto, passando direttamente da A a B, oppure saltando da A su una delle 10 strisce che separano i due marciapiedi. Può fare quanti salti vuole ma, quando si trova su una striscia, non può saltare su quella immediatamente successiva.

In quanti modi può effettuare allora l'attraversamento della strada?



16. Quanto mangiano!

Nando ha acquistato un terreno nel quale ciascun ettaro ha la stessa quantità d'erba, che aumenta di una stessa quantità ogni settimana. In 3 settimane, 7 mucche hanno mangiato tutta l'erba di 11 ettari; in 5 settimane 13 mucche hanno fatto lo stesso con 29 ettari.

Per quante settimane al massimo questi 29 ettari sono sufficienti per nutrire 5 mucche?

17. Finali di potenze

Calcolate le potenze di 2 con esponente intero non negativo: $2^0=1$, $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$ e così via. Scrivete poi le ultime due cifre dei risultati ottenuti (completandoli eventualmente con l'aiuto di uno 0): 01, 02, 04, 08, 16, 32, 64, 28 ecc.

Quanti numeri diversi riuscirete a scrivere?

18. Il triello

Angelo, Giorgio e Marco hanno deciso di sfidarsi in un duello a tre con la pistola. Si collocano ai vertici di un triangolo equilatero e, dopo aver estratto a sorte l'ordine con cui spareranno, tirano a turno un solo colpo per ciascuno finché due di loro sono morti. Angelo non sbaglia mai un colpo, Giorgio raggiunge 5 volte su 6 il bersaglio mentre Marco è il meno capace dei tre. Naturalmente, ciascuno di loro adotta la migliore strategia per salvare la pelle scegliendo ogni volta l'avversario al quale indirizzare il colpo. Ognuno dei tre può anche eventualmente tirare in aria, se questa fosse per lui la migliore strategia. Con queste regole si trova che è Marco paradossalmente ad avere la maggior probabilità di sopravvivere.

Quanto vale al minimo questa probabilità (espressa sotto forma di una frazione irriducibile del tipo a/b)?