

Allenamenti EGMO 2021 – 1

- A1.** Sia n un intero positivo. I numeri $\{1, \dots, 2n\}$ vengono distribuiti casualmente su $2n$ punti di una circonferenza. Una corda è un segmento che unisce due di questi punti: si traccino quindi tutte le possibili corde e ad ognuna di esse si assegni un'etichetta con il valore assoluto della differenza dei numeri agli estremi. Si mostri che è sempre possibile scegliere n corde a due a due disgiunte (ossia che non si intersecano) tali che la somma delle etichette sia n^2 .
- C1.** Sia n un intero positivo. Ogni numero naturale $1, \dots, 1000$ è stato colorato con uno di n colori in modo tale che, presi due numeri a, b se $a \mid b$ allora a e b sono colorati con due colori diversi. Si determini il minimo n per cui una tale colorazione è possibile.
- G1.** Sia ABC un triangolo e sia AM la mediana uscente da A . Detto D il punto medio di AM , indichiamo con E il punto d'intersezione fra CD e AB . Sapendo che $BD = BM$, dimostrare che $AE = DE$.
- N1.** Si trovino tutti i numeri dispari minori di 2020 tali che la somma di tutti i loro divisori positivi sia dispari.