

Secondo Allenamento - Problemi

- A2.** Per quante coppie (p, q) di numeri primi (positivi) il polinomio $x^2 + px + q$ ha due radici intere?

Nota: si ricorda che 1 non è un numero primo

- B2.** Qual è la cifra delle unità di $2^1 + 2^2 + \dots + 2^8$? E di $2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2025}$?

- C2.** Sia ABC un triangolo tale che l'angolo $\angle ACB = 60^\circ$. Sia M il punto medio del lato AB e siano H e K i piedi delle altezze che partono da B e da A rispettivamente. Dimostrare che il triangolo HMK è equilatero.

- D2.** Trovare tutti i numeri interi $n \geq 2$ con la proprietà che esistano due permutazioni (a_1, a_2, \dots, a_n) e (b_1, b_2, \dots, b_n) dei numeri $1, 2, \dots, n$ tali che

$$a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n$$

siano interi consecutivi.

Nota: per permutazione dei numeri $1, \dots, n$ si intende un modo di ordinarli: ad esempio $(1, 2, 3, 4, 5)$, $(1, 4, 3, 5, 2)$ e $(5, 4, 3, 2, 1)$ sono tutte permutazioni dei numeri $1, 2, 3, 4, 5$.