

## Secondo Allenamento - Problemi

**A2.** Per quante coppie  $(p, q)$  di numeri primi (positivi) il polinomio  $x^2 + px + q$  ha due radici intere?

*Nota:* si ricorda che 1 non è un numero primo

**B2.** Qual è la cifra delle unità di  $2^1 + 2^2 + \dots + 2^8$ ? E di  $2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2025}$ ?

**C2.** Sia  $ABC$  un triangolo tale che l'angolo  $\angle ACB = 60^\circ$ . Sia  $M$  il punto medio del lato  $AB$  e siano  $H$  e  $K$  i piedi delle altezze che partono da  $B$  e da  $A$  rispettivamente. Dimostrare che il triangolo  $HMK$  è equilatero.

**D2.** Trovare tutti i numeri interi  $n \geq 2$  con la proprietà che esistano due permutazioni  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  e  $(b_1, b_2, \dots, b_n)$  dei numeri  $1, 2, \dots, n$  tali che

$$a_1 + b_1, a_2 + b_2, \dots, a_n + b_n$$

siano interi consecutivi.

*Nota:* per permutazione dei numeri  $1, \dots, n$  si intende un modo di ordinarli: ad esempio  $(1, 2, 3, 4, 5)$ ,  $(1, 4, 3, 5, 2)$  e  $(5, 4, 3, 2, 1)$  sono tutte permutazioni dei numeri  $1, 2, 3, 4, 5$ .