

## Geometria – Problemi di Ammissione

1. Sia  $\Omega$  una circonferenza fissata, e sia  $A$  un punto fissato esterno ad  $\Omega$ . Determinare il luogo del circocentro di  $\triangle ABC$  al variare di  $BC$  fra i diametri di  $\Omega$ .
2. Sia  $ABCD$  un quadrilatero tale che le rette  $AB$  e  $CD$  si intersechino in  $E$  e le rette  $BC$  e  $AD$  si intersechino in  $F$ , in modo che si abbia  $FC < FB$ ,  $FD < FA$ ,  $EA < EB$  e  $ED < EC$ . La circonferenza inscritta al triangolo  $\triangle FDC$  tange  $DC$  nel punto  $F_1$  e la circonferenza ex-inscritta al triangolo  $\triangle FAB$ , opposta ad  $F$ , tange  $AB$  nel punto  $F_2$ . Sia  $O_1$  il centro della circonferenza inscritta al triangolo  $\triangle DEA$  e  $O_2$  il centro della circonferenza ex-inscritta al triangolo  $\triangle CEB$ , opposta ad  $E$ . Sia  $M$  il punto medio di  $O_1O_2$ .

Mostrare che  $MF_1 = MF_2$ .

3. Sia  $ABC$  un triangolo con  $\angle BAC < \angle ACB$ . Siano  $D, E$  punti sui lati  $AC$  e  $AB$  rispettivamente, tali che gli angoli  $\angle ACB$  e  $\angle BED$  siano uguali. Sia  $F$  un punto interno al quadrilatero  $BCDE$  tale che la circonferenza circoscritta a  $\triangle BCF$  sia tangente alla circonferenza circoscritta a  $\triangle DEF$ , e che la circonferenza circoscritta a  $\triangle BEF$  sia tangente alla circonferenza circoscritta a  $\triangle CDF$ .

Dimostrare che i punti  $A, C, E$  e  $F$  sono conciclici.