

Combinatoria – Problemi di ammissione

- C1. Nella nuova versione XXL di Cesenatico parteciperanno 2024 concorrenti, e la gara si svolgerà in più giorni. Ogni giorno, verranno selezionati 1012 concorrenti che partecipano alla gara giornaliera, mentre gli altri 1012 concorrenti si riposano al mare. Perché la gara sia considerata giusta, la commissione vuole che sia garantito che, per ogni coppia di concorrenti, ci sia stata almeno una giornata di gara in cui hanno partecipato entrambi.

Quanti giorni di gara ci dovranno essere al minimo?

- C2. La città di Cartagine era una griglia quadrata 2025×2025 , con i lati paralleli ai punti cardinali. I Romani, dopo averla conquistata, decidono di incaricare k soldati di spargerci del sale sopra, con la seguente procedura:

Ogni soldato parte dalla casella a sud-ovest, e cammina fino alla casella a nord-est, muovendosi solo verso nord o verso est (tra caselle che hanno un lato in comune), spargendo sale su ogni casella che calpesta.

Determinare il minimo numero possibile di caselle di Cartagine su cui non è stato sparso del sale.

- C3. Alberto e Barbara giocano ad un gioco in cui si alternano scegliendo uno dei numeri da 1 a n . Prima di scegliere numeri, Barbara sceglie un obiettivo: “pari” o “dispari”.

Il primo turno, Alberto sceglie uno dei numeri in $\{1, \dots, n\}$. Il secondo turno, Barbara sceglie uno dei numeri rimasti. I giocatori continuano ad alternarsi, scegliendo numeri sempre diversi, fino all' n -esimo turno, in cui chi gioca è costretto a scegliere l'ultimo numero rimasto, e il gioco finisce.

Alla fine del gioco, si conta il numero M delle volte in cui il numero k è stato scelto esattamente al k -esimo turno, e si verifica se M è pari o dispari.

Barbara vince se la parità di M coincide con quella scelta all'inizio come obiettivo.

Per quali n Barbara ha una strategia vincente?