

COPERNICUS MATH RACE-MAGGIO 2010

Quest'anno sta ormai giungendo al termine; se ne sono viste di tutti i colori. Vecchie conferme e nuove speranze si sono affacciate sull'orizzonte matematico del Copernico e non solo! Siamo arrivati all'ultimo appuntamento, per salutarci, con alcuni forse definitivamente.. E quindi è giusto che oggi i protagonisti della gara... Siate voi!

Istruzioni generali

Per ogni problema occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero compreso tra 0000 e 9999

Se la quantità richiesta è un numero decimale, va indicata la sua parte intera (es.11,22 andrà scritto 0011)

Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999 o se la soluzione non è univocamente determinabile, si indicherà 9999

Se la quantità richiesta è un numero negativo, o se il problema non ha soluzione si indicherà 0000

Per i calcoli, potrebbe essere utile tener conto delle seguenti approssimazioni:

$$\sqrt{2} = 1,4142$$

$$\sqrt{3} = 1,7321$$

$$\sqrt{5} = 2,2361$$

$$\sqrt{6} = 2,4495$$

$$\pi = 3,1416$$

"Assemblaggio" testi a cura di: Luca Lamanna, Sandro Campigotto, Carlo Càssola.

1.QUESITI ESISTENZIALI

Gianluca è alle prese con il quesito esistenziale giornaliero: quali sono i numeri naturali minori di 100 esprimibili come il doppio della somma delle loro cifre? (Sia dia come risposta la somma di tutti i numeri che soddisfano tale proprietà).

2.ALLENAMENTI ESISTENZIALI

Davide, allenandosi per l'imminente gara, ha a che fare con uno strano quesito: quali sono i numeri naturali minori di 100 uguali al quadrato della somma delle loro cifre? (Sia dia come risposta la somma di tutti i numeri che soddisfano tale proprietà).

3.GEOMAG, CHE PASSIONE!

Patrick si diverte con un nuovo gioco: deve comporre un tetraedro, utilizzando bastoncini di diverso colore: 4 blu, 1 rosso, 1 verde. In quanti modi lo può fare (a meno di rotazioni) facendo in modo che bastoncini verdi e rossi non siano mai spigoli della stessa faccia?

4.SCRITTURA, SCRITTURE

Diego è alle prese con una strana scrittura:

$$\alpha\alpha\alpha\alpha + \beta\beta\beta + \gamma\gamma + \delta = 3838$$

Sapremmo aiutarlo a determinare il valore di $\alpha\beta\gamma\delta$?

5.QUESTIONI DI ATLETICA

Andrea è più veloce di Jacopo. Quando Andrea taglia il traguardo dei 100 metri, Jacopo ne ha percorsi solo 95. Se Andrea desse a Jacopo un certo vantaggio e lo facesse partire 4 metri davanti a lui, dopo quanti metri lo raggiungerebbe?

6.DIVISIONI INDIVISIBILI

Livia è alle prese con un simpatico calcolo: deve dividere 1 per 2008 e stabilire quali saranno, nell'ordine, la $2007a$, $2008a$, $2009a$ cifra dopo la virgola. Quali sono? (Dare come risultato $0abc$).

7.AMICIZIA DOLCE

Ilaria regala a Saeda un certo numero di cioccolatini. Sommando questo numero alla somma delle sue cifre, si ottiene 2008. Quanti cioccolatini ha regalato Ilaria a Saeda? (Se dovessero esserci più soluzioni, dare la somma di tutte queste).

8.L'ALLARMANTE ALLARME

Denis è un vero pasticcione: i suoi genitori hanno cambiato la password dell'allarme di casa e lui se l'è scordata; in compenso si ricorda che la vecchia password era il prodotto di 4 numeri interi a, b, c, d con $a < b < c < d$ che però non si fida a dirci. Si ricorda anche che la password nuova è ottenuta aumentando di una unità uno dei valori affinché il prodotto sia minimo; ha a disposizione un solo tentativo per non fare scattare l'allarme, sapreste dirgli quale dei 4 valori deve aumentare? (Nella risposta indicare $1 = a$, $2 = b$, $3 = c$, $4 = d$).

9.MARATONA A SCALINI

Christian è un ritardatario cronico; questa volta, però, è giustificato; deve percorrere una scala un po' particolare: gli scaloni si alternano, il primo è lungo $1m$, il secondo $2m$, il terzo $3m$, il quarto $2m$, il quinto $5m$, il sesto $2m$ etc etc. Christian sale velocemente le scale ma, essendo distratto, ogni 5 passi si accorge di aver perso il cappello ed è costretto a tornare indietro di due passi per raccoglierlo (consideriamo un "passo" come l'aver percorso uno scalino intero). Dopo 50 passi, quanta strada avrà percorso dal punto di partenza delle scale?

10.BIOLOGIA, CHE PASSIONE

Enrico sta studiando una colonia di batteri molto particolare: tra il primo ed il secondo giorno della sua esistenza il numero di batteri presenti aumenta di 3, tra il secondo ed il terzo aumenta di 5, tra il terzo ed il quarto aumenta di 7 e così via. Sapendo che il primo giorno vi sono solamente 2 batteri, determinare da quanti batteri sarà composta la colonia al termine del 42° giorno.

11.MARATONA!

Lavinia partecipa ad una super maratona di matematica: il testo della gara comprende un totale di 1000 esercizi; vengono attribuiti 7 punti ad una risposta corretta, 2 punti ad una risposta non data e 0 punti ad una risposta sbagliata. Curiosamente un anno i partecipanti hanno ottenuto tutti un punteggio diverso e la commissione ha notato che con un solo partecipante in più ci sarebbero stati sicuramente almeno due punteggi uguali. Quanti concorrenti hanno preso parte alla maratona?

12.IL COMPUTER IMPAZZITO

Michele scrive un programma che calcola il prodotto di un numero naturale con i suoi 5 successori. Poi fa stampare i risultati dell'operazione applicata ad ogni numero. Ad un certo punto si accorge che il computer stampa un numero dispari! Siccome sa che questo è impossibile, controlla il codice e si accorge che per un errore di programmazione il computer non stampa mai la cifra 0 (anche se la usa per fare i conti). Qual è il più piccolo numero che ha dato per risultato un numero dispari?

13.ESAMI ASTRONOMICI

Matteo sta preparando un esame di astronomia, in questo momento sta considerando un particolare quesito: "il sistema stellare di Alfa Centauri ha un numero impressionante di pianeti che gli orbitano attorno. Alcuni esperti di numerologia hanno osservato che tale numero è il più piccolo intero positivo che diviso per 8 dia resto 1, diviso per 9 dia resto 2, diviso per 10 dia resto 3, diviso per 11 dia resto 4, diviso per 12 dia resto 5. Quanti sono i pianeti?" Prepariamo anche noi l'esame.

14.NUMERI IMBUSTATI

Tiziano ha 12 buste numerate da 1 a 12 e 12 cartoncini numerati da 110 a 121. E' possibile inserire in ciascuna busta un cartoncino il cui numero sia divisibile per quello scritto sulla busta? (In caso di risposta affermativa dare come risposta la somma dei numeri dei cartoncini nelle buste 2, 3, 4, 6, altrimenti rispondere 0000).

15.SCACCHIERE MAGICHE

Carlo passa il tempo con strane considerazioni: due rettangoli devono essere considerati diversi se hanno dimensioni diverse oppure si trovano in posizioni diverse. Quanti rettangoli diversi possono essere formati su una normale scacchiera 8×8 ?

16.DISEGNI ANNOIATI

Lorenzo, in preda alla noia, disegna su un foglio due circonferenze ed un rettangolo; qual è il numero massimo di intersezioni che potrà ottenere fra queste figure (a due a due)?

17.NUMERI NON TROPPO DOLCI

Igor, come è risaputo, è un calcolatore umano, oggi si sta divertendo con qualcosa di zuccherato: un numero è detto "dolce" quando è preceduto e seguito da un numero primo. Quanto vale la somma dei primi 10 numeri dolci?

18.DIVERTIMENTI ESAGONALI

Michael si sta divertendo con delle figure geometriche: sta considerando un certo triangolo rettangolo ABC in cui è possibile "iscrivere" un esagono regolare in modo che i due lati non consecutivi, nè opposti giacciono su due dei lati del triangolo e un vertice giaccia sul terzo. Chiamando D l'unico vertice dell'esagono che non sta sui lati del triangolo, quanto vale il rapporto tra $AD^2 + DC^2 + DB^2$ ed il quadrato del lato dell'esagono? (dare la risposta moltiplicata per 100).

19.STRANI PASSATEMPI

Giovanni, non avendo niente da fare, si mette a fare lavoretti di bricolage: per una tela quadrata di $99cm$ di lato deve predisporre una cornice tale che l'intero quadro sia ancora quadrato, ma di lato 100 ; una seconda cornice andrà applicata a una tela anch'essa quadrata di lato $97cm$, in modo che il quadro abbia in totale lati di $98cm$; e così via fino all'ultima tela quadrata di lato $1cm$, per la quale preparerà una cornice che porterà il quadro ad avere lato $2cm$. Qual è la somma in cm^2 delle superfici di tutte le cornici che gli sono state richieste?

20.STRANE PASSIONI

Giulia si diverte con uno dei suoi amati triangoli: nel triangolo ABC il lato AB misura $26cm$ ed il lato BC misura $168cm$. Determinare la misura del lato CA (espressa in cm), sapendo che la mediana BM ad esso relativa misura $85cm$. (Se si ritiene che il problema sia impossibile o indeterminato indicare come risposta 0000).

21.GIRI DI...LETTERE

Lama deve diramare le 7 convocazioni per la gara a squadre e per far ciò, decide di inviare delle lettere nominative. Ogni lettera corrisponde ad una ed una sola busta; quando deve chiudere le buste, però, non ha molto tempo e le riempie a caso. Qual è la probabilità che almeno una lettera sia finita nella busta corrispondente? (Dare come risposta la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini).

22.STRANE FORME

Alex, durante l'ora di inglese sta, come al solito, giocando; sta provando a disegnare un icosaedro (un poliedro le cui 20 facce siano triangoli equilateri) e prova ad immaginare quante diagonali abbia una simile costruzione. Proviamo ad immaginarlo anche noi.

23.UNA SCOPERTA SCIOCCANTE

Un giorno, dopo lunghissime ricerche, Il Prof. Càssola scopre che la risposta alla domanda fondamentale sulla vita l'universo e tutto quanto non è 42, come affermava Pensiero Profondo, bensì 42 volte il resto della divisione per 235 di :

$$(117 + 31\sqrt{14})^{42} + (117 - 31\sqrt{14})^{42}$$

Il Prof, tuttavia, non ha la voglia ed il tempo necessarie a calcolare tale numero. Qual è, secondo lui, la risposta alla domanda fondamentale?

24.BE'...IN BOCCA AL LUPO

Beatrice ha un po' di difficoltà con un problema di geometria analitica... Si consideri una sfera di raggio 10, centrata nell'origine di un sistema cartesiano (x, y, z) . Quanti sono i punti a coordinate intere situati sulla superficie della sfera?