

## Geometria – Problemi di ammissione

1. In un triangolo  $\triangle ABC$ , sia  $M$  il punto medio di  $AC$ , e  $D$  un punto su  $BC$  tale che  $DB = DM$ . Sappiamo che  $2BC^2 = AC(AC + AB)$ .  
Dimostrare che i triangoli  $\triangle ABC$  e  $\triangle DMC$  sono simili.
2. Sia  $ABC$  un triangolo rettangolo in  $C$ ; scegliamo un punto  $P$  sull'arco  $AC$  della circonferenza circoscritta che non contiene  $B$ . La retta perpendicolare a  $CP$  e passante per  $C$  incontra  $AP$  e  $BP$  in  $K$  e  $L$  rispettivamente. Dimostrare che il rapporto tra le aree di  $BKL$  e  $ACP$  non dipende da  $P$ .
3. Sia  $ABC$  un triangolo e sia  $\Gamma$  la sua circonferenza circoscritta. Sia  $\gamma$  una circonferenza con corda  $BC$ . Tale circonferenza interseca i segmenti  $AC$  e  $AB$  di nuovo in  $Y$  e  $Z$ , rispettivamente. Definiamo  $P$  come il punto di intersezione dei segmenti  $BY$  e  $CZ$ . Definiamo inoltre  $E$  e  $F$  come i punti di intersezione di  $BY$  e  $CZ$  con  $\Gamma$ , rispettivamente. La bisettrice interna dell'angolo  $\angle BEF$  interseca la retta  $FY$  nel punto  $K$ . Dimostrare che se  $BF = BY$ , allora  $\angle FPK = \frac{1}{2}\angle BCE$ .