

Geometria – Problemi di ammissione

1. Sia ABC un triangolo e siano A_1 , B_1 e C_1 i piedi delle sue bisettrici.

Dimostrare che $AA_1B_1C_1$ è un quadrilatero ciclico se e solo se vale la relazione

$$\frac{BC}{AB + AC} = \frac{AB}{AC + BC} + \frac{AC}{AB + BC}$$

2. Sia ABC un triangolo isoscele con $AB = AC$ e siano Γ_1 e Γ_2 due circonferenze per B , C ; indichiamo con D , E le intersezioni di Γ_1 con AB e AC e con F e G le intersezioni di Γ_2 con DC e AC .

Siano infine P e Q i simmetrici di F e G rispetto ai punti medi di DC e EC rispettivamente; dimostrare che D , E , P , Q sono conciclici.

3. Sia ABC un triangolo con $AB < AC$ e incentro I ; la circonferenza inscritta tocca i lati BC , CA e AB in D , E ed F rispettivamente. La bisettrice AI interseca le rette DE e DF in X e Y rispettivamente; l'altezza da A incontra BC in Z .

Dimostrare che D è l'incentro di XYZ .