

**Wintercamp 2015**  
**Problemi di ammissione**  
**Teoria dei numeri**

1. Determinare tutte le terne di interi positivi  $(m, n, k)$  tali che

$$5^m + n^2 = 3^k.$$

2. Determinare tutti i numeri primi  $p$  tali che  $p! + p$  è un quadrato perfetto.
3. Sia  $\mathbb{N}_+$  l'insieme dei numeri naturali positivi e sia  $k$  un intero positivo. Determinare tutte le funzioni  $f : \mathbb{N}_+ \rightarrow \mathbb{N}_+$  tali che

$$f(x) + f(y) \mid x^k + y^k \quad \forall x, y \in \mathbb{N}_+.$$